0. Introdução matemática

Durante o estudo da «Corrente Alternada» e «Sistemas Trifásicos», que vamos efectuar, temos necessidade frequente de socorrer-nos de conceitos trigonométricos.

Geralmente, os alunos têm nesta altura do curso muito poucos conhecimentos de Trigonometria, o que nos levou a concluir pela necessidade de fazer uma breve introdução sobre trigonometria, antes de iniciar o estudo da matéria de Electrotecnia.

a) Funções seno, co-seno e tangente

Observe a figura 1, onde se representa um triângulo rectângulo cujos lados são: **a** — hipotenusa, **b** — cateto oposto ao ângulo α, **c** — cateto adjacente ao ângulo α.

Definem-se as funções seno, co-seno e tangente, relativamente ao ângulo α, como:

- $\text{sen } \alpha = \dfrac{b}{a} = \dfrac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$

- $\cos \alpha = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$

- $\text{tg } \alpha = \dfrac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \dfrac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \dfrac{b}{a} \times \dfrac{a}{c} =$

$$= \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

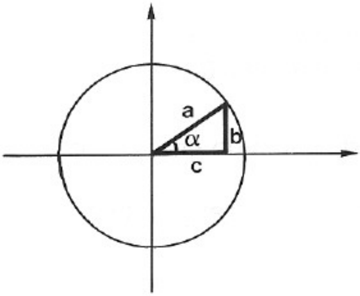

Fig. 1 — Círculo trigonométrico

b) Relação fundamental da trigonometria

Demonstra-se, em trigonometria, ser válida a seguinte expressão:

$$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

a qual tem o nome de **relação fundamental da trigonometria.**

Esta relação dá-nos algum jeito, quando não temos máquina de calcular ou tabelas trigonométricas, para obter o seno ou o co-seno de um determinado ângulo desde que conheçamos o co-seno ou o seno, respectivamente:

$$\text{sen}\ \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

$$\cos\ \alpha = \pm \sqrt{1 - \text{sen}^2\alpha}$$

c) Outras relações trigonométricas

De entre a grande variedade de expressões trigonométricas, as quais o aluno estudará mais tarde, algumas delas poderão ser mais utilizadas do que as restantes. Vejamos então algumas dessas relações.

- Seno da soma de dois ângulos

$$\text{sen}\ (\alpha + \beta) = \text{sen}\ \alpha \cdot \cos\beta + \text{sen}\ \beta \cdot \cos\alpha$$

- Co-seno da soma de dois ângulos

$$\cos\ (\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \text{sen}\ \alpha \cdot \text{sen}\ \beta$$

- Seno do «dobro de um ângulo»

$$\text{sen}\ (2\ \alpha) = 2\ \text{sen}\ \alpha \cdot \cos\alpha$$

- Co-seno do «dobro de um ângulo»

$$\cos\ (2\ \alpha) = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha$$

Qualquer destas quatro relações trigonométricas tem grande aplicação em cálculos trigonométricos mais avançados, podendo algumas delas ser utilizadas em alguns casos pontuais do estudo da corrente alternada. A utilização da máquina de calcular permite, no entanto, a resolução rápida da generalidade dos problemas desde que conheçamos os ângulos adequados, em cada uma das relações.

Não tendo disponível a máquina de calcular, teremos de conhecer previamente alguma ou algumas das parcelas das expressões, sendo então o cálculo mais trabalhoso. Note que a incógnita tanto pode ser o primeiro membro como o segundo.

De referir finalmente que as relações apresentadas permitem frequentemente, em expressões com várias parcelas, fazer simplificações substanciais.

d) Teorema de Carnot (ou dos co-senos)

Vimos anteriormente como relacionar os lados de um triângulo rectângulo com as funções trigonométricas seno, co-seno e tangente.

Frequentemente há, no entanto, necessidade de estabelecer relação semelhante para **triângulos «não rectângulos» ou obliquângulos**, sejam eles acutângulos (todos os ângulos inferiores a 90°) ou obtusângulos (com um ângulo obtuso — maior que 90°).

Na figura 2, a) e b), representamos dois triângulos «não rectângulos», sendo um acutângulo e outro obtusângulo.

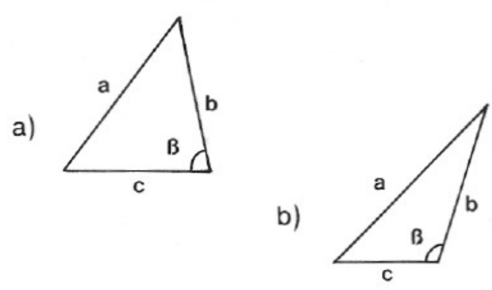

Fig. 2 — Aplicações trigonométricas a triângulos obliquângulos. a) Triângulo acutângulo; b) Triângulo obtusângulo

Demonstra-se, em trigonometria, que é válida para os dois triângulos a seguinte expressão, conhecida por **teorema de Carnot**:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\, b\, c.\, \cos \beta$$

Esta expressão é importante para a resolução de alguns diagramas vectoriais (que apresentaremos mais adiante), permitindo obter o valor de um dos lados (por exemplo, o lado **a**) em função dos outros e do ângulo β.

Do teorema de Carnot deriva uma outra demonstração, aplicável a paralelogramos, que é traduzida pela seguinte expressão:

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2\, b\, c.\, \cos \alpha$$

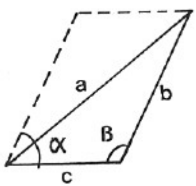

Fig. 3 — Aplicação trigonométrica a paralelogramos

Esta expressão, muito semelhante à anterior, tem também a sua grande aplicação na resolução de diagramas vectoriais. Permite calcular a diagonal **a** de um paralelogramo existente num diagrama, em função dos lados **b** e **c** e do ângulo α (entre lados do paralelogramo). Veremos mais tarde uma das aplicações desta expressão, no cálculo do valor da soma vectorial (a) de duas correntes (b e c).

Note que a diferença entre as duas expressões reside apenas no ângulo considerado, pelo que será considerada uma ou outra consoante os dados de que dispomos.